Proceedings of IAM, V.9, N.1, 2020, pp.3-12

ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ЛАРИНА В.Б. ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ АНАЛИТИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ЖИДКИМИ ДЕМПФЕРАМИ

Алиев Фикрет А.[1], Алиев Н.А.[1]

[1]Институт Прикладной Математики, БГУ, Баку, Азербайджан
e-mail: f_aliev@yahoo.com

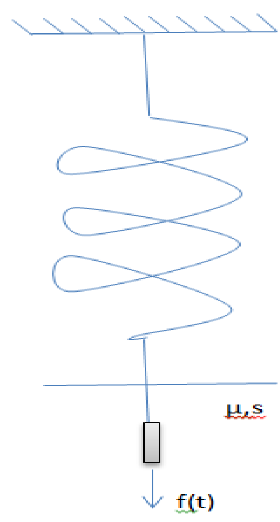
Абстракт. Рассматривается задача аналитического конструирования оптимального регулятора (АКОР) kолебательных систем с жидкими демпферами (КСЖД) на комплексной плоскости. Поскольку в дифференциальное уравнение, описывающее движение КСЖД, входит дробная производная, соответствующая передаточная функция входа-выхода тоже в себе содержит дробно-рациональные порядки, то общая схема параметризации Ларина модифицируется для данного случая. Результаты иллюстрируются числовыми примерами и показываются, что они совпадают с АКОР Летова А.М.

Ключевые слова: оптимальные регуляторы, параметризации Ларина В.Б., частотный метод, передаточная функция, kолебательные системы, жидкий демпфер, дробная производная.

AMS Subject Classification: 49J15, 49J35.

1. Введение.

Задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [30] играют важную роль при решении многих практических задач, таких, как задачи полетов управлений [23, 31], задачи виброзащиты [27], управление ядерными реакторами [12], а также и при построении оптимальных регуляторов при добыче нефти [5] и т. д. Во всех этих задачах динамика системы описывается системами классических обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако, в последнее время много внимания уделяется задачам, в которых движение объекта описывается системой, в уравнения которой помимо обычных производных входят и дробные производные [13].



фиг.1

Действительно, когда в простую колебательную систему (КС) входит жидкий демпфер, т.е. масса КС двигается внутри Ньютоновской жидкости (см.Фиг.1), тогда математическая модель этого процесса описывается дифференциальным уравнением второго порядка, в которое входит и дробная производная в [2, 8]. Естественно, для этих систем, актуальным является его оптимальная стабилизация. Действительно, при добыче нефти штанго-насосной установкой плунжер двигается в +Ньютоновской жидкости, а его очень важно стабилизировать [2] в окрестности соответствующих программных траекторий и управлений [15, 17, 21, 22, 28].
В последнее время, используя АКОР [30], эта задача решается во временной области, т.е. строится оптимальный регулятор, который придает замкнутой системе асимптотическую устойчивость [17]. Пример этому может быть случай, когда клапан плунжера не ратаебот [2, 24] и масса плунжера двигается холостым, т.е. внутри плунжера имеется постоянный объем жидкости.

Аналог АКОР для решения данной задачи во многих случаях может быть ограниченным, например, когда на управления в квадратичном критерии качества отсутствуют ограничения. Кроме того, надо привести искомое уравнение к нормальной системе, а это гораздо больше может повысить размерность системы [17] (числа общим делителем, который является 2 и знаменатель дробного порядка являющиеся порядок приведенный систем [17] гораздо повысит размерности нормалной системы). Поэтому, можно использовать для решения данной задачи АКОР, частотные методы задачи синтеза оптимальных систем [1, 4, 9, 10, 14, 19, 20, 25, 26, 29] и т.д. Однако, среди них самым общим является частотный метод для решения задачи синтеза в комплексной области [26, 27], который, в частности, применен для стабилизации виброзащитной системы [27]. Этот метод далее разработан в более общем виде [20, 25, 29] и в [5, 29, 20] показано, что остальные методы [4, 9, 10, 14, 19, 20] получаются из результатов [4, 19, 20, 25, 26, 29] как частные случаи. Далее, этот метод назовем частотным методом Ларина В.Б. для решения задачи синтеза оптимальных систем и применим его к решению задачи стабилизации [3, 6, 11, 16, 18] колебательных систем с жидкими демферами [7, 8].

В данной работе ставится задачи синтеза оптимальных регулятора для самых простых колебательных систем с жидкими демпферами. После постановки задачи для уравнения движения, используя преобразование Лапласа, квадратичный функционал с помощью преобразования Фурье и тождества Парсевалья [32] переходит к соответствующей задаче на комплексной плоскости.

Рассматривается случай, когда в знаменателе соответствующей передаточной функции присутствуют дробные порядки и обобщается метод Ларина В.Б. [25, 26, 29] для данного случая, когда числитель и знаменатель являются нечетными числами. Также, когда одно из них является четным, строится регуляризация [17] аналогичных задач, т.е. любую точность можно аппроксимировать порядком дробной производной с такой дробью, числитель и знаменатель которой является нечетными числами.

Результаты иллюстрируются числовыми примерами и приводится конкретной вид оптимальных регуляторов.

2. Постановка задачи.

2.1. Временная область. Пусть движение колебательной системы с жидкими демпферами [8,18] описывается обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка, наряду с обычным имеющем и дробную производную, в виде:

$$y''(x) + aD^{\alpha} y(x) + by(x) = u \tag{1}$$

с начальными условиями

$$y(0) = 0,\ y'(0) = y_1,$$

где $a = \dfrac{2S\sqrt{\mu\rho}}{m}$, $b = \dfrac{k}{m}$ и рассматривается жесткая пластинка с массой m и площадью S, постоянной ρ-плотность жидкости, μ- вязкость упругости, постоянная k -характеризирует свойства пуржина (см.Фиг.1). Задача состоит в нахождении такого линейного закона управления

, $$u = Ky \tag{2}$$

который минимизировал бы квадратичный функционал

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}(ry^2 + Cu^2)dt \tag{3}$$

при условии асимптотической устойчивости замкнутой системы (1)+(2). Как показано в [17] из (2) операторный плоином зависящей от $D^{\frac{2q-1}{q}}$ и решение задачи АКОР (1)-(2) во временной области требует приведение уравнения (1) к нормальной системе с шагом $1/q\left(\alpha = \dfrac{p}{q}\right)$, p и q нечетные натуральные числа, $\alpha \in (0,1) \cup (1,2)$.

2.2. Частотная область. Теперь поступим иначе, т.е. рассмотрим решение задачи АКОР (1)-(3) в частотной области. Для этого применяем к уравнению (1) преобразование Лапласа. Тогда уравнение (1) принимает вид

$$P(s)\tilde{y}(s) = M(s)\tilde{u}(s) + \psi(s), \tag{4}$$

где $\tilde{y}(s)$ и $\tilde{u}(s)$ преброзование Лапласа функции $y(t)$ и $u(t)$ соответсвенно,

. $$P(s)=s^2+as^{p/q}+b,\ M=1,\ \psi(s)=y_1 \qquad (4')$$

Если для функционала (3) использовать преобразование Фурье и применить тождество Парсеваля [32] , то имеем

$$J=\frac{1}{2\pi i}\int_{-i_\infty}^{i_\infty}(r\tilde{y}(s)\tilde{y}(-s)+c\tilde{u}(s)\tilde{u}(-s))ds \qquad (5)$$

Тогда задача состоит найти такой закон регулирования,

$$\omega_0(s)\tilde{u}(s)=\omega_1(s)\tilde{y}(s) \qquad (6)$$

чтобы замкнутая система (4)-(6) была асимптотически устойчива, а функционал (5) принимал бы минимальное значение.

3. Параметризация Ларина В.Б. [1]. Как в [19, 20, 25, 26] составляем матрицу Z,

$$Z=\begin{bmatrix} P(s) & -M(s)\\ \alpha(s) & \beta(s)\end{bmatrix} \qquad (7)$$

где надо выбрать полином параметров $\alpha(s)$ и $\beta(s)$ так, чтобы была аналитической на правой полуплоскости. Для этого $\det Z=P(s)\beta(s)+M(s)\alpha(s)$ должен быть Гурвичевой или постоянным, т.е. в данном случае достаточно выбрать

$$\beta(s)=0\ ,\ \alpha(s)=1. \qquad (8)$$

Используя параметризацию Ларина В.Б. [25, 26, 29] легко покажем, что $\omega(s)=\dfrac{\omega_1(s)}{\omega_0(s)}$ определяется в следующем виде

$$\omega(s)=\frac{\Phi(s)P(s)-1}{\Phi(s)}, \qquad (9)$$

где $\Phi(s)$-параметр Ларина В.Б., являющийся физическо реализуемой-аналитической на правой полуплоскости [26]

$$\Phi(s)=-\frac{B_0(s)}{D(s)}\ , \qquad (10)$$

а

$$B_0(s)+B_-(s)=\frac{T(s)}{D(-s)}\ ,$$

$$D(s)D(-s)=(r+cP(s)P(-s))\psi_1^2 \qquad (11)$$

$$T(s) = -cP(-s)\psi_1^2$$

Здесь $B_0(s)$ -целая часть, дробная функции $B_-(s)$ - имеет полюса в правой полуплоскости после сепарации выражения $T(s)/D(-s), D(s)$ - после факторизации выражения (11) имеет нули в левой полуплоскости. Подставляя из (10) $\Phi(s)$ в (9) для коэффициента цепи обратной связи $\omega(s)$ имеем следующее выражение

$$\omega(s) = \frac{-\frac{B_0(s)}{D(s)}P(s) - 1}{-\frac{B_0(s)}{D(s)}} = \frac{B_0(s)P(s) + D(s)}{B_0(s)} \quad (12)$$

Таким образом из (13)

$$\omega_0(s) = B_0(s),\ \omega_1(s) = B_0(s)P(s) + D(s) \quad (13)$$

Теперь покажем, что замкнутая система (4),(6),(13) является асимптотически устойчива. Составляем детерминант коэффициентов (4),(6) и учитывая (13)

$$\det\begin{bmatrix} P(s) & -M(s) \\ \omega_1(s) & -\omega_0(s) \end{bmatrix} = -P(s)\omega_0(s) + M(s)\ \omega_1(s) \quad ,$$

$$= -P(s)B_0(s) + P(s)B_0(s) + D(s) = D(s)$$

т.е. замкнутая система асимптотически устойчива.

Другая параметризация, так называемая Youla-Kucera-Desoer [9, 10, 14], в отличие от параметризации [25, 26, 29], предлагает выбрать $\alpha(s)$ и $\beta(s)$ из следующего Диофантового уравнения

$$P(s)\beta(s) + M\alpha(s) = 1\ , \quad (14)$$

которое является частным случаем параметризации Ларина В.Б. [1, 4, 19, 25, 26].

Отметим, что (8) удовлетворяет и Диафонтового уравнение (14). А это связано с тем, что (14) является частным случаем гурвичевости из (7), т.е. результаты [9, 10, 14] получаются как частный случай из [25, 26, 29].

Иллюстрируем вышеприведенное на следующем конкретном примере.

4. Пример. Пусть в (1)

$$a = 3, b = 1, \alpha = \frac{1}{3}, r = 1, c = 1, \psi_1 = 1.$$

Тогда из (4')

$$P(s) = s^2 + 3s^{1/3} + 1,\ M = 1 \quad (П.1)$$

и из (10)

$$T(s) = -s^2 + 3s^{1/3} - 1 \qquad (П.2)$$

$$D(s)D(-s) = 1 + (s^2 + 3s^{1/3} + 1)(s^2 - 3s^{1/3} + 1) = s^4 + 2s^2 - 9s^{2/3} + 2 \qquad (П.3)$$

Теперь запишем (П.3) с шагом $1/3$ в следующем виде:

$$D(s)D(-s) = (s^{1/3})^{12} + 2(s^{1/3})^6 - 9(s^{1/3})^2 + 2 \qquad (П.4)$$

Факторизуем (П.4) с помощью [4, 19] и для $D(s)$ имеем следующее выражение

$$D(s) = (s^{1/3})^6 + 4.38092(s^{1/3})^5 + 9.5964(s^{1/3})^4 + 13.2864s \\ + 12.162s^{1/3} + 6.5878s^{1/3} + 1.4142$$,

нули которого находятся в левой полуплоскости

Тогда из (10) вычислим $B_0(s)$ который равен -1, т.е. $B_0(s) = -1$.

Таким образом, уравнение регулятора на комплексной плоскости (6), (13) имеет вид

$$\tilde{u}(s) = (-0.4142 - 3.5878s^{1/3} - 12.162s^{2/3} - 13.2864s \\ - 9.5964s^{4/3} - 4.3809s^{5/3})\,\tilde{y}(s) \qquad (П.5)$$

а во временной области будет

$$u(t) = -0.4142y(t) - 3.5878D^{1/3}y(t) - 12.162D^{2/3}y(t) - 13.2864Dy(t) \\ - 9.5964D^{4/3}y(t) - 4.3809D^{5/3}y(t). \qquad (П.6)$$

Отметим, что результат (П.6) полностью совпадает с результатом [26] и там показано, что замкнутая система (1), (П.1), (П.6) асимптотически устойчива.

Заключение. Обобщается параметризация Ларина В.Б. для решения линейно-квадратичной задачи оптимизации колебательных систем с жидкими демпферами на комплекной плоскости. Такой подход позволит распространить этот результат на общий случай, также параметризацию Ларина В.Б. можно пременять для стабилизации штангно - насосной установки при добыче нефти.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aliev F.A., Larin V.B. Comment on ‘Persistent inputs and the standard H2-multivariable control problem’ by K. Park and J.J. Bongiorno Jr, International Journal of Control, V.83, N.6, 2010, pp.1296-1298.
2. Aliev F.A., Abbasov A.N., Mutallimov M.M. Algorithm for the solution of the problem optimization of the energy expenses at the exploitation of chinks by subsurface-pump installations, Applied and Computational Mathematics, V.3, N.1,2004, pp.2-9.
3. Aliev F.A., Aliev N.A., Safarova N.A., Gasimova K.G. Analytical construction of regulators for systems with fractional derivatives,

Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, V.6, N.2, 2017, pp.252-265.

4. Aliev F.A., Larin V.B. Optimization of linear control systems:Analytical methods and computational algorithms. Gordon and Breach Science Publishers, 1998, 272p.
5. Aliev F.A., Mutallimov M.M., Ismailov N.A., Radzhabov M.F. Algorithms for constructing optimal controllers for gaslift operation, Automation and Remote Control, V.73, N.8, 2012, pp.1279-1289
6. Aliev N.A., Velieva N.İ., Gasımova K.G., Resulzade A.F. Discretization method on movement equation of the oscillating system with liquid dampers, Proceedings of IAM, V.8, N.2, 2019, pp.211-228.
7. Bagley R.L., Torvik P.J. On the fractional calculs model of viscoelastic behavior, J. Rheology, V.30, N.1,1986, pp.133-155.
8. Bonilla B., Rivero M., Trujillor J.J. On systems of linear fractional differential equations with constant coefficients, Applied Mathematics and Computation, V.187, N.1, 2007, pp.68-78.
9. Desoer C.A., Liu R.M., Murran J., Salens R. Feedback system design: the fraction respertation approach to analysis and systems, IEEE Trans. Auto. Control, V.25, N.3, 1980, pp.399-421.
10. Kucera V. Statistic-multi variable control: a polynomial equation approach, IEEE Trans. Auto. Control, V.25, N.5, 1980, pp.913-919.
11. Namazov A.A. Computational algorithm for determining the order of fractional derivatives of oscillatory systems, Proceedings of IAM, V.8, N.2, 2019, pp.202-210.
12. Sage A.P. , White C.C. Optimum systems control, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1977.
13. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. Fractional integrals and derivatives: theory and applications, Gordon and Breach Science Publishers, 1993, 750p.
14. Youla D., Jabr H. A., Bongiorno J.J. Modern Winner –Hopf design of optimall controllers. Part II: the multivariable case, IEEE Trans.Auto.Control, V.21, N.3, 1976, pp.319-338.
15. Алиев Ф.А. Методы решения прикладных задаче оптимизации динамических систем, Баку, Элм, 1989, 320с.
16. Алиев Ф.А., Алиев Н.А., Велиева Н.И., Гасымова К.Г. Метод дискретизация дробно-производных линейных систем оду с постоянными коэффициентами, Нелінійни Коливания, Kiev,Т.23, №1, 2020, сс.3-10.
17. Алиев Ф.А., Алиев Н.А., Исмаилов Н.А. Аналитическое конструирование регуляторов для колебательных систем с жидкими демпферами. arXiv:2004.10388 [pdf] math, 2020, 12с.

18. Алиев Ф.А., Алиев Н.А., Муталлимов М.М., Намазов А.А. Метод идентификации для определения порядка дробной производной колебательной системы, Proceedings of IAM, V.8, N.1, 2019, pp.3-13.
19. Алиев Ф.А., Бордюг Б.А., Ларин В.Б. H2-оптимизация и метод пространства состояний в задаче синтеза оптимальных регуляторов. Баку: ЭЛМ, 1991,326 с.
20. Алиев Ф.А., Ларин В. Б., Науменко К. И., Сунцев В. Н. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления, Киев: Наукова Думка, 1978, 327с.
21. Бордюг Б.А. Управление движением статистически неустойчивых шагающих аппаратов, Баку, Элм, 2012, 223с.
22. Бордюг Б.А., Ларин В.Б., Тимошенко А.Г. Задачи управления шагающими аппаратами, Киев: Наук. Думка, 1985,264с.
23. Брайсон А., Хо Ю-Ши, Прикладная теория оптимального управления, М.Мир, 1972, 544с.
24. Гусейнов Ф.А., Казымов Ш.П. Технологический процесс нефта -газо добычи производительной скважины, Баку, ИНИГИКАР, 2009, 417с.
25. Ларин В. Б., Сунцев В.Н. О задаче аналитического конструирования регуляторов, Автоматика и телемеханика, №12, 1968, сс. 142-144.
26. Ларин В.Б. Об одной задаче аналитического конструривония регулятороов, Автоматика и телемеханика, №7, 1966, сс.30-40.
27. Ларин В.Б. Статистические задачи виброзащиты, Киев, Наука, Думка, 1974.
28. Ларин В.Б. Управление шагающим аппаратом, Киев, Наук. Думка,1980,168с.
29. Ларин В.Б., Науменко К.И., Сунцев В.Н. Синтез оптимальных линейных систем с обратной связью, Киев: Наукова Думка, 1973, 151с.
30. Летов А.М. Аналитическое конструирование регуляторов, I. Автомат. и телемех., Т.21, № 4, 1960, сс.436–441.
31. Летов А. М. Динамика полета и управление, М.: Наука, Физматлит, 1969, 360с.
32. Чанг Шелдон С.Л. Синтез оптимальных систем автоматического управления, М.: Машиностроение, 1964, 440с.

PARAMETRIZATIONS LARINA V.B. FOR THE SOLVING THE PROBLEM OF ANALYTICAL DESIGN OF THE OPTIMAL REGULATOR OF OSCILLATORY SYSTEMS WITH LIQUID DAMPERS

Aliev[1] Fikret A., Aliev[1] N.A.

[1]Institute of Applied Mathematics, BSU, Baku, Azerbaijan

ABSTRACT

The problem of analytical construction of the optimal regulator (ACOR) of oscillatory systems with liquid dampers (OSLD) on the complex plane is considered. Since the fractional derivative is included in the differential equation describing the movement of the OSLD. The corresponding input-output transfer function also contains fractional rational orders, the general Larin parameterization scheme is modified for given case. The results are illustrated by numerical examples and it is shown that they coincide with ACOR Letov A.M.

Keywords: Optimal controllers, parametrizations Larina VB, frequency method, transfer function, oscillation systems, liquid damper, fractional derivative.

REFERENCES

1. Aliev F.A., Larin V.B., Comment on ‘Persistent inputs and the standard H2-multivariable control problem’ by K. Park and J.J. Bongiorno Jr, International Journal of Control, V.83, N.6, 2010, pp.1296-1298.
2. Aliev F.A., Abbasov A.N, Mutallimov M.M. Algorithm for the solution of the problem optimization of the energy expenses at the exploitation of chinks by subsurface-pump installations, Applied and Computational Mathematics, V.3, N.1,2004, pp.2-9.
3. Aliev F.A., Aliev N.A., Safarova N.A., Gasimova K.G. Analytical construction of regulators for systems with fractional derivatives, Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, V.6, N.2, 2017, pp.252-265.
4. Aliev F.A., Larin V.B. Optimization of linear control systems:Analytical methods and computational algorithms. Gordon and Breach Science Publishers, 1998, 272p.
5. Aliev F.A., Mutallimov M.M., Ismailov N.A., Radzhabov M.F. Algorithms for constructing optimal controllers for gaslift operation, Automation and Remote Control, V.73, N.8, 2012, pp.1279-1289
6. Aliev N.A., Velieva N.İ., Gasımova K.G., Resulzade A.F. Discretization method on movement equation of the oscillating system with liquid dampers, Proceedings of IAM, V.8, N.2, 2019, pp.211-228.
7. Bagley R.L., Torvik P.J. On the fractional calculs model of viscoelastic behavior, J. Rheology, V.30, N.1,1986, pp.133-155.
8. Bonilla B., Rivero M., Trujillor J.J. On systems of linear fractional differential equations with constant coefficients, Applied Mathematics and Computation, V.187, N.1, 2007, pp.68-78.
9. Desoer C.A., Liu R.M., Murran J., Salens R. Feedback system design: the fraction respertation approach to analysis and systems, IEEE Trans. Auto. Control, V.25, N.3, 1980, pp.399-421.
10. Kucera V. Statistic-multi variable control: a polynomial equation approach, IEEE Trans. Auto. Control, V.25, N.5, 1980, pp.913-919.
11. Namazov A.A. Computational algorithm for determining the order of fractional derivatives of oscillatory systems, Proceedings of IAM, V.8, N.2, 2019, pp.202-210.
12. Sage A.P. , White C.C. Optimum systems control, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1977.
13. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. Fractional integrals and derivatives: theory and applications, Gordon and Breach Science Publishers, 1993, 750p.

14. Youla D., Jabr H. A., Bongiorno J.J. Modern Winner –Hopf design of optimall controllers. Part II: the multivariable case, IEEE Trans.Auto.Control, V.21, N.3, 1976, pp.319-338.
15. Aliev F.A. Metody resheniia prikladnykh zadache optimizatsii dinamicheskikh sistem, Baku, Elm, 1989, 320s.
16. Aliev F.A., Aliev N.A., Velieva N.I., Gasymova K.G. Metod diskretizatsiia drobno-proizvodnykh lineinykh sistem odu s postoiannymi koeffitsientami, Neliniini Kolivaniia, Kiev,T.23, №1, 2020, ss.3-10. ( )
17. Aliev F.A., Aliev N.A., Ismailov N.A. Analiticheskoe konstruirovanie reguliatorov dlia kolebatel'nykh sistem s zhidkimi dempferami. arXiv:2004.10388 [pdf] math, 2020, 12c.
18. Aliev F.A., Aliev N.A., Mutallimov M.M., Namazov A.A. Metod identifikatsii dlia opredeleniia poriadka drobnoi proizvodnoi kolebatel'noi sistemy, Proceedings of IAM, V.8, N.1, 2019, pp.3-13.
19. Aliev F.A., Bordiug B.A., Larin V.B. N2-optimizatsiia i metod prostranstva sostoianii v zadache sinteza optimal'nykh reguliatorov. Baku: ELM, 1991,326 s.
20. Aliev F.A., Larin V. B., Naumenko K. I., Suntsev V. N. Optimizatsiia lineinykh invariantnykh vo vremeni sistem upravleniia, Kiev: Naukova Dumka, 1978, 327s.
21. Bordiug B.A. Upravlenie dvizheniem statisticheski neustoichivykh shagaiushchikh apparatov, Baku, Elm, 2012, 223s.
22. Bordiug B.A., Larin V.B., Timoshenko A.G. Zadachi upravleniia shagaiushchimi apparatami, Kiev: Nauk. Dumka, 1985,264s.
23. Braison A., Kho Iu-Shi, Prikladnaia teoriia optimal'nogo upravleniia, M.Mir, 1972, 544s.
24. Guseinov F.A., Kazymov Sh.P. Tekhnologicheskii protsess nefta -gazo dobychi proizvoditel'noi skvazhiny, Baku, INIGIKAR, 2009, 417s.
25. Larin V. B., Suntsev V.N. O zadache analiticheskogo konstruirovaniia reguliatorov, Avtomatika i telemekhanika, №12, 1968, cs. 142-144.
26. Larin V.B. Ob odnoi zadache analiticheskogo konstrurivoniia reguliatoroov, Avtomatika i telemekhanika, №7, 1966, ss.30-40.
27. Larin V.B. Statisticheskie zadachi vibrozashchity, Kiev, Nauka, Dumka, 1974.
28. Larin V.B. Upravlenie shagaiushchim apparatom, Kiev, Nauk. Dumka,1980,168s.
29. Larin V.B., Naumenko K.I., Suntsev V.N. Sintez optimal'nykh lineinykh sistem s obratnoi sviaz'iu, Kiev: Naukova Dumka, 1973, 151c.
30. Letov A. M. Analiticheskoe konstruirovanie reguliatorov, I. Avtomat. i telemekh., T.21, № 4, 1960, ss.436–441.
31. Letov A. M. Dinamika poleta i upravlenie, M.: Nauka, Fizmatlit, 1969, 360s.
32. Chang Sheldon S.L. Sintez optimal'nykh sistem avtomaticheskogo upravleniia, M.: Mashinostroenie, 1964, 440s.